

Рабочая программа дисциплины

1. Название дисциплины: Дополнительные главы математики

2. Уровень высшего образования – магистратура

3. Направление подготовки: 03.04.02 Физика (магистратура)

4. Аннотация:

Курс «Дополнительные главы математики» является профильной дисциплиной магистерских программ «Квантовая криптография и квантовая связь», «Квантовые вычисления», «Квантовая оптика и квантовые технологии». Дисциплина обеспечивает теоретическую и практическую подготовку студентов в области основных принципов алгоритмов и математических методов квантовых вычислений и квантовой криптографии. В курсе рассматриваются основные принципы и алгоритмы теории чисел, линейной алгебры, теории вероятностей и математического моделирования.

5. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся (указывается согласно рабочему плану):

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых 72 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (34 часов занятия лекционного типа, 34 часов занятия семинарского типа, 4 часа коллоквиумов), 72 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

6. Формируемые компетенции и входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

НАЗВАНИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ:

СПК-1 Способность свободно владеть профессиональными знаниями для анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений.

СПК-2 Способность к поиску, критическому анализу, обобщению и систематизации научной информации в области физики квантовых вычислений.

СПК-3 Способность организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования.

ПОРОГОВЫЙ (ВХОДНОЙ) УРОВНЬ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ТРЕБУЕМЫЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Для того чтобы формирование данных компетенций было возможно, обучающийся, приступивший к освоению образовательной программы, должен:

- **ЗНАТЬ:** основные методы научно-исследовательской деятельности.
- **УМЕТЬ:** выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.
- **ВЛАДЕТЬ:** навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования.

Для освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретаемые в рамках дисциплин «Линейная алгебра», «Теория вероятностей», «Дифференциальные уравнения», общей физики «Оптика», «Электромагнетизм».

7. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, часы	В том числе						
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
1. Введение Обзор математических методов и понятий курса. Применение математических методов в квантовых вычислениях.		2			2	2 часа Знакомство с обзорами по теме квантовая информация и квантовые вычисления [6, 7].		2

<p>2. Элементы линейной алгебры</p> <p>§1. Основные понятия. Понятие пространства, размерность. Матрица, перемножение. Понятие группы, свойства. Линейное пространство, размерность, базис. Матрицы и определители. Матричные функции. Разложение матриц (SVD- разложение, разложение Шмидта, Холецкого, QR, LR – разложения). Примеры</p> <p>§2. Тензоры. Понятие тензора. Свертка. Закон инерции квадратичных форм. Примеры</p> <p>§3. Линейный оператор. Определение и свойства линейного оператора. Алгебры Ли. Ядро и образ ЛО. Единичный и обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы ЛО. Собственные подпространства ЛО. Примеры</p> <p>§4. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Самосопряженный оператор. Его спектральное разложение. Примеры.</p>	5	5		10	<p>2 часа Размерность, базис, перемножение матриц. Перемножение и свертка тензоров. Разложение матриц [3,8,16].</p> <p>2 часа Собственные значения и собственные векторы ЛО. Собственные подпространства ЛО [3,8].</p> <p>4 часа Собственные значения и собственные векторы самосопряженного оператора. Повторение лекционного материала по теме «Линейная алгебра».</p>		8
---	---	---	--	----	---	--	---

<p>3. Теория чисел</p> <p>§5. Основные понятия. Основные понятия теории чисел. НОД. НОК. Алгоритм Евклида. Цепные дроби. Функция Эйлера. Примеры</p> <p>§6. Теория сравнений Теорема Вильсона. Малая теорема Ферма. Теорема Безу. Сравнение первой степени. Сравнение любой степени по составному модулю. Примеры</p>	4	4	2 часа Коллоквиум по темам «Линейный оператор» и «Теория чисел»	10	3 часа Знакомство с основными понятиями теории чисел [1,9,10,11,12]. 7 часов Подготовка к коллоквиуму		10
<p>4. Теория вероятностей и математическая статистика</p> <p>§7. Теория вероятностей. Алгебра событий. Условная вероятность. Распределение Пуассона. Закон больших чисел. Примеры</p> <p>§8. Математическая статистика. Состоятельность оценок. Неравенство Рао-Крамера. Информация Фишера. Методы построения оценок. Проверка статистических гипотез. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера. Принцип максимального правдоподобия. Байесовский подход к статистическому оцениванию, байесовский информационный критерий. Методы Монте-Карло в байесовской статистике: алгоритмы выборки с отклонением, алгоритм Метрополиса-Хастингса. Примеры</p> <p>§9. Теория случайных матриц. Ансамбли случайных матриц. Распределения собственных чисел и собственных векторов случайных матриц. Предельные теоремы для спектральных функций самосопряженных и несамосопряженных</p>	7	7		14	2 часа Вероятность, условная вероятность. [4,13,14,15]. 2 часа Метод построения оценок, Статистические распределения, Байесовский подход, Методы Монте-Карло [4,13,14,15]. 3 часа Ансамбли случайных матриц. Гауссов унитарный ансамбль. Распределение собственных значений		10

случайных матриц. Примеры.						гауссовых случайных матриц [17] 3 часа Повторение лекционного материала по теме «Теория вероятностей и математическая статистика».		
<p>5. Методы оптимизации</p> <p>§10. Методы нелинейного программирования без ограничений. Классификация методов. Градиентные методы, Метод Ньютона. Метод стохастических градиентов. Безградиентные методы: (прямой поиск, поиск по деформируемому многограннику). Методы случайного поиска. Примеры.</p> <p>§11. Методы нелинейного программирования при наличии ограничений. Проективные методы. Метод Заутендайка. Алгоритм скользящего допуска. Алгоритм Нелдера-Мида. Анализ эффективности методов. Примеры.</p> <p>§12. Методы стохастической оптимизации. Случайный поиск. Поиск с возвратом. Алгоритм имитации отжига. Генетический алгоритм.</p>		8	8		16	10 часов Применение методов оптимизации, написание простейших алгоритмов и программ [18,19,20].		10

<p>6 Основы теории групп</p> <p>§13. Основные определения, смежные классы, фактор-группы, фактор-пространства, инвариантные подгруппы и т.п. Конечные группы. Конечные матричные группы, группа Паули. Действия группы, орбиты, стабилизаторы, нормализаторы. Отображения групп. Группы преобразований.</p> <p>Группы и алгебры Ли.</p> <p>§14. Основы дифференциальной геометрии: гладкие многообразия, касательные пространства. Многообразия групп Ли, алгебры Ли. Матричные группы. Группы линейных преобразований GL, SL. Группы O и U, SO, SU. Алгебры Ли матричных групп. Матричные представления групп и алгебр Ли. Приводимые и неприводимые представления. Представления групп SU(n), в особенности SU(2) и соответствующих алгебр. Метрика на группах Ли, мера Хаара, интегрирование на группе, инвариантные меры на SU(n).</p>	10	7		17	<p>12 часов Решение задач</p> <p>6 часов Повторение лекционного материала по теме «Основы теории групп»</p>		18	
<p>Промежуточная аттестация - экзамен</p>		3		3	<p>14 часов Подготовка к промежуточной аттестации (зачету).</p>		14	
<p>Итого</p>	144	36	34	2	72			72

* Текущий контроль успеваемости в рамках занятий семинарского типа реализуется в форме обсуждения, докладов.

8. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

8.1 Основная и дополнительная литература доступная студентам через Интернет или по запросу лектору.

9. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Типовые контрольные вопросы и темы для обсуждения:

1. Линейные операторы. Матрицы Паули.
2. Матричные функции. Разложение Шмидта
3. Алгоритм Евклида. Цепные дроби
4. Сравнение по составному модулю
5. Состоятельность оценок
6. Проверка статистических гипотез
7. Методы Монте-Карло
8. Ансамбли случайных матриц
9. Градиентные методы оптимизации
10. Методы стохастической оптимизации

Типовые вопросы к зачету:

1. Собственные значения и собственные векторы унитарных операторов.
2. Матричные функции
3. Сингулярное разложение.
4. QR/QL – Разложение матриц.
5. Разложение Холецкого.
6. Алгоритм Евклида нахождения НОД.
7. Малая теорема Ферма
8. Представление числа в виде цепной дроби
9. Теорема Безу
10. Сравнение чисел
11. Метод максимального правдоподобия.
12. Критерии согласия Пирсона, Фишера.
13. Бутстреппинг.
14. Байесовская статистика.
15. Алгоритм Метрополиса-Гастингса.

16. Гауссов унитарный ансамбль.
17. Распределение собственных значений случайных матриц.
18. Метод наискорейшего спуска.
19. Метод сопряженных градиентов.
20. Метод стохастических градиентов.
21. Метод Нелдера-Мида.
22. Алгоритм Бройдена— Флетчера— Гольдфарба— Шанно
23. Генетические алгоритмы.
24. Методы отжига.
25. Условная оптимизация.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ПОКАЗАТЕЛИ ДОСТИЖЕНИЯ ЗАДАННОГО УРОВНЯ ОСВОЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ)

ВЛАДЕТЬ: профессиональными знаниями для анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений (В1, СПК-1).

ВЛАДЕТЬ: навыками поиска, критического анализа, обобщения и систематизации научной информации в области физики квантовых вычислений (В2, СПК-2).

ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений (В3, СПК-3).

УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов (У1, СПК-1).

УМЕТЬ: осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений (У2, СПК-2).

УМЕТЬ: организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования (У3, СПК-3).

ЗНАТЬ: методы анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики квантовых вычислений (31, СПК-1).

ЗНАТЬ: способы критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений (32, СПК-2).

ЗНАТЬ: методы организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования (33, СПК-3).

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
<i>ВЛАДЕТЬ:</i> профессиональными знаниями для анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений (В1, СПК-1).	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений	Успешное и систематическое применение навыков анализа и синтеза физической информации в области физики квантовых вычислений
<i>ВЛАДЕТЬ:</i> навыками поиска, критического анализа, обобщения и	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков поиска, критического анализа, обобщения и систематизации	В целом успешное, но не систематическое применение навыков поиска, критического анализа, обобщения и	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков поиска, критического анализа, обобщения и сис-	Успешное и систематическое применение навыков поиска, критического анализа, обобщения и систематизации научной

систематизации научной информации в области физики квантовых вычислений (В2, СПК-2).		научной информации в области физики квантовых вычислений	систематизации научной информации в области физики квантовых вычислений	тематизации научной информации в области физики квантовых вычислений	информации в области физики квантовых вычислений
<i>ВЛАДЕТЬ:</i> навыками анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений (В3, СПК-3).	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при планировании, организации и решении конкретных исследовательских задач в области физики квантовых вычислений

<p><i>УМЕТЬ:</i> анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов (У1, СПК-1).</p>	<p>Отсутствие умения</p>	<p>Фрагментарное проявление умения анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое проявление умения анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление умения анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>Успешное и систематическое проявление умения анализировать альтернативные варианты решения исследовательских задач в области физики квантовых вычислений и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>
<p><i>УМЕТЬ:</i> осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений (У2, СПК-2).</p>	<p>Отсутствие умения</p>	<p>Фрагментарное проявление умения осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое проявление умения осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление умения осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений</p>	<p>Успешное и систематическое проявление умения осуществлять поиск, критический анализ, обобщать и систематизировать научную информацию в области физики квантовых вычислений</p>

<p><i>УМЕТЬ:</i> организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования (УЗ, СПК-3)</p>	<p>Отсутствие умения</p>	<p>Фрагментарное проявление умения организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое проявление умения организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление умения организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования</p>	<p>Успешное и систематическое проявление организовывать и планировать исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области физики квантовых вычислений, и решать их с помощью современной аппаратуры и оборудования</p>
<p><i>ЗНАТЬ:</i> методы анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики квантовых вычислений (31, СПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарное проявление знаний методов анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики квантовых</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое проявление знаний методов анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление знаний методов анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики квантовых вычислений</p>	<p>Успешное и систематическое проявление знаний методов анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новой физической информации при решении исследовательских и практических задач в области физики квантовых вычислений</p>

		вычислений	квантовых вычислений		
<p><i>ЗНАТЬ:</i> способы критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений (32, СПК-2).</p>	Отсутствие знаний	Фрагментарное проявление знаний способов критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но не систематическое проявление знаний способов критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление знаний способов критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений	Успешное и систематическое проявление знаний способов критического анализа и систематизации научной информации при решении исследовательских задач в области физики квантовых вычислений

ЗНАТЬ: методы организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования (33, СПК-3)	Отсутствие знаний	Фрагментарное проявление знаний методов организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования	В целом успешное, но не систематическое проявление знаний методов организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы проявление знаний методов организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования	Успешное и систематическое проявление знаний методов организации и планирования исследований в области физики квантовых вычислений, включая способы решения задач с помощью современной аппаратуры и оборудования
--	-------------------	--	--	--	---

10. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Сизый С. В. Лекции по теории чисел: Учеб. пособие для студентов вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
2. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия в 3-х томах. Москва, 1998
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г., Линейная алгебра, Москва, 2005.
4. Кулешов Е.Л. Теория вероятностей. Лекции для физиков. Владивосток, 2002
5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. Москва, 1975
6. Любарский "Теория групп и ее применение в физике".

Дополнительная литература

7. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. Москва, 2006.
8. Прескилл Дж Квантовая информация и квантовые вычисления в 2-х томах. Москва, 2011
9. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. Москва, 2001

10. Казачек Н.А., Перлатов Г.Н., Виленкин Н.Я., Бородин А.И. Алгебра и теория чисел Просвещение Москва, 1984.
11. Бухштаб А.А, Теория чисел Просвещение Москва, 1966.
12. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. М., Наука, 1987.
13. Алфутова И.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач. Москва, 2018
14. Агемян Т.А. Теория вероятностей для астрономов и физиков, М., Наука, 1974.
15. Худсон Д. Статистика для физиков. Москва, 1970.
16. Свешников А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Москва, 2008
17. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. Изд-во "Наука", 1970
18. Mehta M.L. Random Matrices and the Statistical Theory of Energy Levels, 1967
19. Самарский А.А. Введение в численные методы. Москва, 2005
20. Калиткин Н.Н. Численные методы. Москва, 2011
21. Матренин П.В., Гриф М.Г., Секаев В.Г. Методы стохастической оптимизации, Новосибирск, 2016
22. Александров П. С. "Введение в теорию групп"
23. Петрашень М.И., Трифонов Е.Д. - Применение теории групп в квантовой механике
24. Г. Вейль "Теория групп и квантовая механика"
25. Dummit D.S., Foote R.M. Abstract algebra

11. Перечень ресурсов Интернет необходимых для освоения дисциплины:

-

12. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для освоения дисциплины необходимо посещение интерактивных занятий (лекций и семинаров) и регулярная самостоятельная работа в течение семестра. Для большей части тем курса имеются электронные презентации, выложенные на сайте кафедры. Рекомендуется перед лекцией скачать соответствующую презентацию и иметь ее на интерактивном занятии на ноутбуке или планшете в режиме off-line или в распечатанном виде, используя как основу конспекта для собственных пометок и комментариев.

13. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости):

При реализации учебной работы в рамках дисциплины «Нелинейная оптика лазерных филаментов» используются средства дистанционного сопровождения учебного процесса в форме сайтов с материалами лекций и семинарских занятий. Курс имеет электронные версии (презентации) лекций. Лекции читаются с использованием современных мультимедийных возможностей и проекционного оборудования.

14. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

В соответствии с требованиями п. 5.3. образовательного стандарта МГУ по направлению подготовки «Физика». Любая аудитория, оснащенная проекционным оборудованием с возможностью подключения к ноутбуку, экраном, и учебной доской.